



PERGAMON

International Journal of Heat and Mass Transfer 43 (2000) 4433–4445

International Journal of  
**HEAT and MASS  
TRANSFER**

www.elsevier.com/locate/ijhmt

## Une méthode caractérisant l'influence réciproque entre parois: application aux échanges thermiques dans une cavité rotor–stator

### A method characterising the respective influence of the heated walls: application to the heat transfer in a rotor–stator cavity

S. Raguenet\*, E. Laroche

*Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales, 29 avenue de la Division Leclerc, B.P 72, 92322 Châtillon Cedex, France*

Reçu le 8 février 1999; reçu en forme révisée le 20 janvier 2000

---

#### Résumé

Cet article présente l'analyse des échanges thermiques convectifs pour un écoulement turbulent dans une cavité en rotation de type rotor–stator. Pour déterminer les flux de chaleur pariétaux dans un système rotor–stator fermé ou soumis à une injection d'air, on développe une méthode basée sur le calcul de coefficients d'influence thermique. Les comparaisons entre les simulations numériques et les flux prédits par la méthode montrent un bon accord. On termine par une discussion sur l'influence de la température de la paroi chauffée sur les autres parois. © 2000 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

*Mots-clé:* Cavité rotor–stator; Convection thermique; Écoulement en rotation; Écoulement turbulent; Coefficient influence

#### Abstract

This paper presents a heat transfer analysis for a turbulent flow in a rotor–stator system. A method based on the use of thermal influence coefficients is developed in order to determine wall heat transfer. This method is applied to an enclosed rotor–stator system as well as to an air-cooled rotor–stator system with centrifugal or centripetal injection. The comparison between numerical simulations and predicted heat fluxes shows small discrepancies. Then, the influence of the heated wall temperature on the other walls is discussed. © 2000 Elsevier Science Ltd. All rights reserved.

*Keywords:* Rotor–stator cavity; Convective heat transfer; Rotating fluid flow; Turbulent flow; Influence coefficient

---

\* Auteur pour correspondance.

**Nomenclature**

$a$	rayon interne [m]
$a_i^j$	coefficient d'influence [ $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ]
$b$	rayon externe des disques [m]
$b_i^j$	coefficient d'influence normalisé
$C_p$	chaleur massique [ $\text{J kg}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]
$C_w$	coefficient de débit ( $C_w = Q/\mu b$ )
$\mathbf{D}$	tenseur des déformations [ $\text{s}^{-1}$ ]
$E$	énergie totale massique [ $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ]
$G$	facteur de forme
$h$	enthalpie statique [ $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ]
$H$	enthalpie d'arrêt [ $\text{J kg}^{-1}$ ]
$K$	énergie cinétique turbulente [ $\text{m}^2 \text{s}^{-2}$ ]
$l$	longueur de mélange [m]
$L$	échelle de longueur turbulente [m]
$p$	pression statique [Pa]
$\mathbf{q}$	flux d'énergie ou de chaleur [ $\text{W m}^{-2}$ ]
$Q$	débit massique [ $\text{kg s}^{-1}$ ]
Pr	nombre de Prandtl
$\text{Re}_\phi$	nombre de Reynolds de rotation
$s$	entrefer [m]
$S_K$	terme source lié à $K$ [ $\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ ]
$S_L$	terme source lié à $L$ [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$T$	température statique [K]
$\mathbf{u}$	vecteur vitesse [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$U$	vitesse radiale moyenne [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$V$	vitesse tangentielle moyenne [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$W$	vitesse axiale moyenne [ $\text{m s}^{-1}$ ]
$y^+$	coordonnée réduite
$z$	coordonnée axiale [m]

*Symboles grecs*

$\alpha$	coefficient d'échange [ $\text{W m}^{-2} \text{K}^{-1}$ ]
$\epsilon$	taux de dissipation [ $\text{m}^2 \text{s}^{-3}$ ]
$\gamma$	rapport de chaleurs massiques
$\lambda$	conductivité thermique [ $\text{W m}^{-1} \text{K}^{-1}$ ]
$\mu$	viscosité dynamique [ $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ]
$\nu$	viscosité cinématique [ $\text{m}^2 \text{s}^{-1}$ ]
$\rho$	masse volumique [ $\text{kg m}^{-3}$ ]
$\tau$	tenseur des contraintes [ $\text{N m}^{-2}$ ]
$\Phi_K$	flux de diffusion [ $\text{kg m}^{-1} \text{s}^{-1}$ ]
$\Phi_L$	flux de diffusion [ $\text{kg m}^{-2} \text{s}^{-1}$ ]
$\Omega$	vitesse angulaire [ $\text{rad s}^{-1}$ ]

*Indices*

a	athermane
i	no de paroi
p	paroi
r	composante radiale
R	rotor
S	stator
t	turbulent
z	composante axiale
$\theta$	composante tangentielle

*Exposants*

$j$	cas traité
tot	total

**1. Introduction**

Pour prédire la durée de vie des différentes parties d'une turbomachine, il est essentiel de connaître les phénomènes d'échange de chaleur et les efforts aérodynamiques exercés sur celles-ci. La géométrie de ce type de moteur étant complexe, l'étude des propriétés de l'écoulement est réalisée sur des configurations simplifiées mais représentatives des systèmes de disques en rotation. Deux géométries sont principalement concernées: les cavités tournantes dont les parois sont en rotation d'ensemble et les systèmes rotor–stator. Dans le cadre de ce travail, on se propose d'analyser le champ aérothermique dans une cavité annulaire de type rotor–stator. La Fig. 1 montre le dispositif expérimental et la cavité étudiée.

On considère l'écoulement d'air à l'intérieur de cette cavité, comprenant deux disques parallèles et deux cylindres coaxiaux qui constituent le carter et le moyeu. Dans un moteur, cet air limite la chaleur

conduite des aubes au disque de turbine et celle générée par frottement.

On s'intéresse plus précisément à l'écoulement généré à l'intérieur des deux géométries des Figs. 2–3 pour trois configurations d'écoulement. Il s'agit d'un système rotor–stator alimenté soit par le moyeu (configuration centrifuge) soit près du carter (configuration centripète). L'écoulement dans une cavité fermée de type rotor–stator a été étudié expérimentalement entre autres par Soo [1], par Daily et Nece [2] et plus récemment par Itoh et ses coauteurs [3] ainsi que Cheah et ses coauteurs [4]. Parmi les études numériques récentes sur ces cavités, on peut citer les travaux de Schiestel et ses coauteurs [5,6] pour la modélisation de l'écoulement. L'effet d'un écoulement forcé, injecté axialement au voisinage du moyeu et évacué à la périphérie a été analysé théoriquement et expérimentalement par Kreith et ses coauteurs [7], par Kapinos [8] et par l'équipe d'Owen [9,10]. Les travaux portant sur les cavités en rotation avec alimentation centripète sont plus rares. On peut néanmoins citer les expériences de

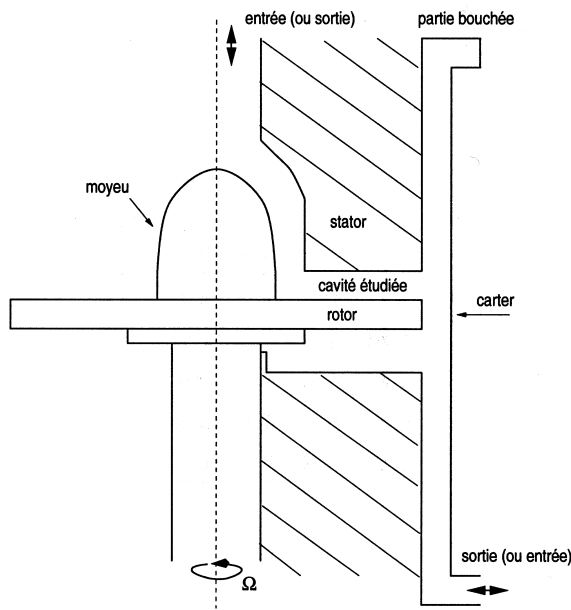


Fig. 1. Schéma du dispositif (ONERA).

Dibelius et Heinen [11] et ceux de Debuchy et ses coauteurs [12,13].

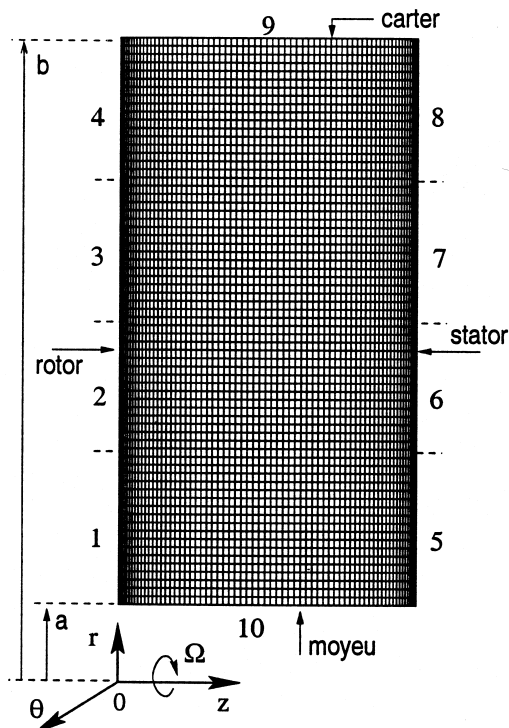


Fig. 2. Maillage et conditions aux limites (cavité fermée).

Daily et Nece [2] ont montré que la structure de l'écoulement dans les cavités rotor–stator fermées dépend à la fois du nombre de Reynolds de rotation  $Re_\phi$  et du facteur de forme  $G = s/b$ , mettant ainsi en évidence l'existence de quatre régimes: deux laminaires et deux turbulents. Ces écoulements sont soit à couches limites mélangées soit à couches limites séparées. Les mesures expérimentales de Daily et ses coauteurs [14] ont porté sur les écoulements laminaires et turbulents obtenus par accroissement du flux forcé dans une cavité annulaire en rotation. Leur étude montre que les quatre régimes décrits par Daily et Nece sont effectivement présents dans une cavité rotor–stator avec alimentation. Dans le cas de la cavité fermée, Owen et Rogers [15] ont délimité les différents régimes en fonction du paramètre  $G$  et de  $Re_\phi$ .

La plupart des travaux sur les transferts thermiques dans les systèmes rotor–stator ont traité du problème de la ré-entrée de gaz, lorsque l'écoulement principal chaud est introduit entre le rotor et le stator [16–19]. Peu d'études ont été consacrées à la mesure des transferts de chaleur entre le rotor et l'air de refroidissement pour des écoulements turbulents. Millward et Robinson [20] ont réalisé des expériences dans une cavité munie de perturbateurs, pour des nombres de Reynolds de rotation jusqu'à  $Re_\phi = 1.7 \times 10^7$ . Ils ont montré les effets des perturbations alors engendrées sur la mesure du transfert de chaleur pour un disque fixe ou mobile refroidi par air. Dibelius et Heinen [11] ont utilisé une cavité rotor–stator avec rotor chauffé pour  $Re_\phi = 2 \times 10^6$ . Leurs expériences mettent en évidence la baisse des échanges thermiques pour un écoulement en prérotation à l'entrée. Bunker et ses coauteurs [21,22] ont appliqué une technique TLC (Thermochromic Liquid Crystal) pour évaluer les flux de chaleur sur un disque refroidi par air, à des nombres de Reynolds jusqu'à  $Re_\phi = 5 \times 10^5$ . Ils ont étudié l'influence de la température du stator sur la variation radiale des nombres de Nusselt sur le rotor,  $Nu$ , définis par rapport au rayon du disque. Récemment, Chen et ses coauteurs [23] ont étudié expérimentalement les échanges thermiques entre un rotor chauffé et un stator adiabatique pour  $Re_\phi = 1.2 \times 10^6$ . Ils ont confirmé les effets connus de la variation du coefficient de débit  $C_w$  (défini en fonction du débit massique  $\dot{Q}$  par  $C_w/\mu b$ ) sur la température du stator adiabatique et celle de l'air dans le cœur de l'écoulement.

Ces travaux tant numériques qu'expérimentaux ont surtout permis d'identifier les différents paramètres qui interviennent dans les échanges thermiques dans une cavité en rotation. Cependant, aucune étude n'est consacrée à l'influence thermique réciproque des parois de la cavité. Le but du présent article est de présenter une méthode simple et originale de prévision des échanges thermiques dans une cavité rotor–stator, pour en déduire in fine l'influence thermique des parois entre

elles. Le modèle théorique est basé sur le principe de superposition que Metzger et ses coauteurs [24] sont les premiers à proposer dans leurs travaux sur le refroidissement par film d'une plaque plane.

Dans la présente étude, les régimes d'écoulement sont supposés être à symétrie de révolution, turbulents et stationnaires. La première partie (chapitres 2 et 3) est consacrée à la présentation de la méthode de prévision des flux de chaleur pariétaux. Les simulations numériques sont réalisées à l'aide du code Mathilda Saphyr Diamant (code MSD), développé à l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA) [25]. La comparaison entre valeurs numériques et valeurs théoriques est donnée en dernière partie (chapitres 5 et 6). La démarche suivie ici est une comparaison théorie-simulation numérique, le code MSD ayant été validé sur un certain nombre de cavités pour divers modèles du turbulence [26,27]. Les écarts entre expérience et simulation numérique sur les vitesses radiales et tangentielles sont généralement compris entre 10 et 20%, sauf dans les zones de transition et ceux sur les coefficients d'échange entre 10 et 30%.

## 2. Les équations de l'écoulement

Étant données la géométrie du dispositif et les conditions d'alimentation, l'écoulement est considéré

comme axisymétrique. Ainsi, la masse volumique  $\rho$ , l'énergie totale  $\rho E$  et les trois composantes de la vitesse  $\mathbf{u}$ :  $U$  (radiale),  $V$  (tangentielle) et  $W$  (axiale) ne dépendent que de la position  $r, z$ . Les équations gouvernant le champ aérothermique en régime stationnaire sont données par les lois de conservation de la mécanique des fluides:

*Équation de continuité:*

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho Ur) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho Wr) = 0 \quad (1)$$

*Équations de quantité de mouvement:*

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(\rho U^2 r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho UWr) \\ = -r \frac{\partial p}{\partial r} + \rho V^2 + \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rr}) + \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{rz}) - \tau_{\theta\theta} \end{aligned} \quad (2a)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(\rho UVr) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho VWr) \\ = -\rho UV + \frac{\partial}{\partial r}(r\tau_{r\theta}) + \frac{\partial}{\partial z}(r\tau_{\theta z}) + \tau_{r\theta} \end{aligned} \quad (2b)$$

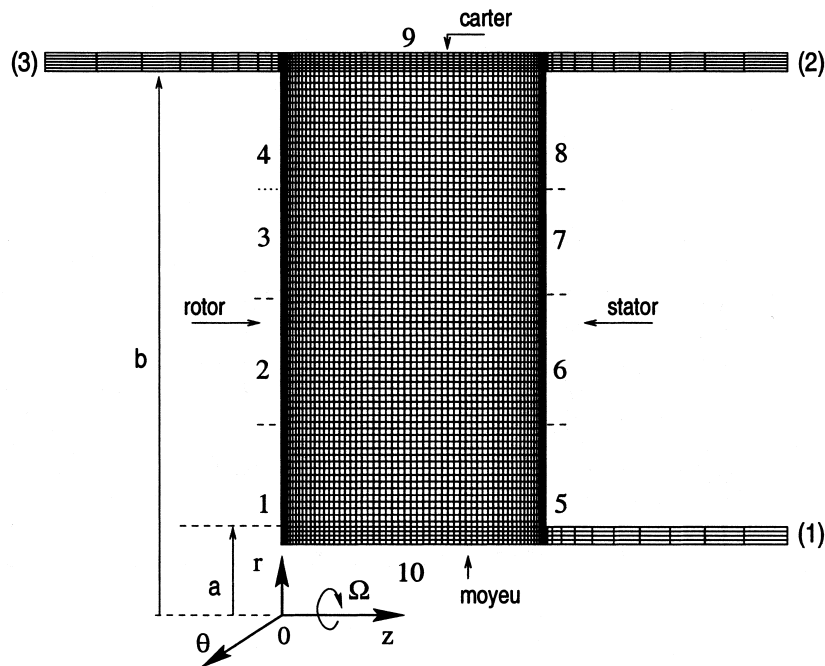


Fig. 3. Maillage et conditions aux limites (cavité avec alimentation).

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial r}(\rho U W r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W^2 r) \\ = -r \frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial}{\partial r}(r \tau_{rz}) + \frac{\partial}{\partial z}(r \tau_{zz}) \end{aligned} \quad (2c)$$

Équation de l'énergie:

$$\frac{\partial}{\partial r}(\rho U H r) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho W H r) = \frac{\partial}{\partial r}(-r q_r^{\text{tot}}) + \frac{\partial}{\partial z}(-r q_z^{\text{tot}}) \quad (3)$$

L'enthalpie d'arrêt  $H$ , l'énergie totale par unité de masse  $E$ , la pression statique  $p$  et le flux d'énergie totale  $\mathbf{q}^{\text{tot}}$  s'écrivent:

$$H = E + p/\rho \quad (4)$$

$$E = C_p T/\gamma + (U^2 + V^2 + W^2)/2 \quad (5)$$

$$p = \frac{(\gamma - 1)}{\gamma} \rho C_p T \quad (6)$$

$$\mathbf{q}^{\text{tot}} = \mathbf{q} - \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{u} \quad (7)$$

$\boldsymbol{\tau}$  désigne le tenseur des contraintes et  $\mathbf{q}$  le flux de chaleur. On définit, par analogie avec la viscosité moléculaire  $\mu$ , la viscosité turbulente  $\mu_t$  (voir chapitre 4). Ceci permet de relier  $\boldsymbol{\tau}$  au tenseur des déformations  $\mathbf{D}$ :

$$\boldsymbol{\tau} = (\mu + \mu_t) \mathbf{D} - \frac{2}{3} [K + (\mu + \mu_t) \nabla \cdot \mathbf{u}] \mathbf{I} \quad (8)$$

$\mathbf{I}$  étant le tenseur unité et  $K$  l'énergie cinétique turbulente. De même:

$$\mathbf{q} = - \left( \frac{\mu}{\text{Pr}} + \frac{\mu_t}{\text{Pr}_t} \right) C_p \nabla T \quad (9)$$

Dans cette relation,  $\text{Pr}$  et  $\text{Pr}_t$  représentent le nombre de Prandtl et le nombre de Prandtl turbulent. Si  $\lambda$  désigne la conductibilité thermique de l'air, le nombre de Prandtl est donné par la relation:

$$\text{Pr} = \frac{\mu C_p}{\lambda} \quad (10)$$

### 3. Expression des coefficients d'influence

Pour l'approche théorique, on suppose que la structure de l'écoulement dépend faiblement du champ thermique. Cette hypothèse paraît restrictive mais on verra par la suite qu'elle est vérifiée pour des écarts de température peu importants (chapitre 6). L'équation de l'énergie gouvernant la couche limite se réduit alors à une équation homogène et linéaire:

$$U \frac{\partial H}{\partial r} + W \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{v}{\text{Pr}} \frac{\partial^2 H}{\partial z^2}, \quad (11)$$

l'enthalpie totale  $H$  étant donnée par la relation:

$$H = C_p T + \frac{V^2}{2} \quad (12)$$

La solution de cette équation aux dérivées partielles peut s'écrire comme une superposition de solutions élémentaires  $T_j$ :

$$T(r, z) = \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j T_j, \quad (13)$$

où les coefficients  $\lambda_j$  sont arbitraires. Pour  $n$  conditions aux limites nécessaires pour décrire le problème, le flux de chaleur aux parois s'écrit de la même manière:

$$q(r) = \sum_{j=1}^n g_j T_j \quad (14)$$

En s'intéressant aux flux moyens, la linéarité est bien évidemment conservée. Ainsi, si on convient de décomposer la cavité étudiée en un nombre fini  $n$  de domaines (Figs. 2 et 3 où  $n = 10$ ) ayant pour conditions aux limites  $n$  températures  $T_j$  constantes, on obtient une expression du flux de chaleur de la forme:

$$q_i = q_i^0 + \sum_{j=1}^n a_i^j T_j \quad (15)$$

Dans cette expression, le terme  $a_i^j$  représente l'influence de la température de paroi  $T_j$  sur le flux  $q_i$ . A ce titre,  $a_i^j$  est appelé *coefficient d'influence thermique*. Le terme  $q_i^0$  correspond à l'échauffement du fluide par la rotation de la cavité. S'exprimant proportionnellement à la dérivée de la température, le flux  $q_i$  est non seulement une fonction linéaire des températures  $T_j$  mais il est invariant lorsqu'on ajoute une même constante à toutes les températures. Cela implique que:

$$\sum_{j=1}^n a_i^j = 0 \quad (16)$$

En reportant ce résultat dans l'équation (15), le flux de chaleur devient:

$$q_i = q_i^0 + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_i^j (T_j - T_i) \quad (17)$$

Le deuxième terme du membre de droite de cette équation traduit les échanges thermiques entre les parois de températures différentes.

A ce stade, si on suppose toutes les températures

connues sur les domaines  $j$ , à l'exception du domaine  $i$ , on peut exprimer la température athermane  $T_{a_i}$  de la paroi  $i$ . Définie comme étant la température que doit prendre la paroi  $i$  pour que le flux sur celle-ci soit nul,  $T_{a_i}$  s'écrit:

$$T_{a_i} = -\frac{q_i^0}{a_i} + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n b_i^j T_j \quad (18)$$

Dans cette relation, les coefficients  $b_i^j$  sont les coefficients d'influence normalisés par le terme d'auto-influence  $a_i^i$ .

$$b_i^j = -\frac{a_i^j}{a_i^i} \quad (19)$$

En combinant les Éqs. (18)–(19), le flux de chaleur devient alors:

$$q_i = a_i^i(T_i - T_{a_i}) \quad (20)$$

Cette expression permet de retrouver la notion de coefficient d'échange que l'on exprime usuellement par:

$$q = \alpha(T_a - T_p) \quad (21)$$

$\alpha$ ,  $T_a$  et  $T_p$  sont respectivement le coefficient d'échange, la température athermane et la température de paroi.

On est alors capable de prévoir le flux de chaleur moyen d'une paroi de la cavité, une fois l'ensemble des coefficients  $a_i^j$  déterminés. C'est ce qu'on montre par la suite. Les coefficients d'influence sont calculés numériquement à l'aide du code de simulation MSD développé par l'Onera [25]. De façon générale, ce logiciel calcule l'évolution aérothermique, voire aérothermo-chimique, d'écoulements tridimensionnels stationnaires ou instationnaires confinés dans des canaux et des cavités de forme complexe. Le fluide peut être composé de plusieurs espèces chimiques réactives ou non. L'écoulement peut être laminaire ou turbulent. Le réseau de calcul est structuré. La discrétisation spatiale repose sur la méthode de volumes finis. L'intégration temporelle est soit explicite avec un schéma de type correcteur prédicteur, soit implicite avec une méthode de premier ou second ordre. Dans tous les calculs suivants, on utilise un schéma spatial précis au deuxième ordre, pour atteindre la solution stationnaire. Les flux Euler sont évalués avec un schéma de type "flux difference splitting". Les flux visqueux sont calculés aux centres des cellules puis ils sont interpolés aux interfaces. L'intégration temporelle est implicite et le système est factorisé suivant les directions du maillage par la méthode A.D.I. Enfin, on utilise l'un des modèles de turbulence disponibles dans le code, le modèle  $K-L$ .

#### 4. Maillage et conditions limites

Le modèle de turbulence à deux équations  $K-L$  implanté dans le code MSD repose sur l'existence d'un coefficient de viscosité turbulente  $\mu_t = \rho\nu_t$  [28]. Les flux turbulents sont exprimés en fonction du champ moyen à l'aide d'une hypothèse de type Boussinesq. La viscosité  $\nu_t$  est exprimée en fonction de l'énergie cinétique de turbulence  $K$  et d'une échelle spatiale  $L$  caractéristique de la taille des "gros" tourbillons.

La principale motivation d'intégrer une équation de transport liée à l'échelle  $L$  vient du fait que le taux de dissipation  $\epsilon$  est inversement proportionnel à la distance à la paroi, dans une partie de la zone interne des couches limites (zone logarithmique). Il semble alors plus aisé de manipuler une quantité comme  $L$  qui est régulière et ne pose aucun problème de conditions limites au voisinage des parois. La viscosité turbulente s'écrit:

$$\nu_t = c_v f_v K^{1/2} L \quad (22)$$

Dans le code MSD, on a choisi de faire coïncider l'échelle  $L$  avec la longueur de mélange de Prandtl  $l$ . La constante  $c_v$  est dès lors liée à  $c_\mu = 0.09$ , la constante classique de modèle  $K-\epsilon$  [29].

$$c_v = c_\mu^{1/4} \quad (23)$$

Les deux quantités  $K$  et  $L$  sont calculées en chaque point du champ grâce à deux équations bilan:

$$\rho dK/dt = \nabla \Phi_K + \rho S_K \quad (24a)$$

$$\rho dL/dt = \nabla \Phi_L + \rho S_L \quad (24b)$$

ou  $\phi_K$ ,  $\phi_L$  et  $S_K$ ,  $S_L$  sont respectivement les flux de diffusion et les termes sources associés aux quantités  $K$  et  $L$ . La fonction correctrice  $f_v$  traduit l'effet amortissant de la viscosité moléculaire sur la diffusion turbulente (correction "à bas nombre de Reynolds"). Au voisinage des parois, lorsque le maillage est trop grossier pour capter la sous-couche visqueuse, les frottements et les flux de chaleur sont calculés par des lois de paroi. Dans le code MSD, Dutoya [28,30], à partir d'une préintégration d'un écoulement de Couette, modélise les échanges paroi-écoulement en fonction du nombre de Reynolds ou du rapport viscosité turbulente sur viscosité laminaire au centre de la première cellule.

La méthode théorique exposée dans le chapitre 3 est validée sur les deux cas de cavité rotor-stator (Figs. 2 et 3). La configuration est étudiée dans l'ordre 1, 2, 3. Un conduit d'alimentation peut se trouver dans trois états que l'on note par les lettres "A" pour Alimentation, "O" pour Ouverture et "F" pour Fermeture. La configuration fermée se note alors "FFF", la con-

figuration centrifuge “AFO” et la configuration centripète “OFA”. Les parois de la cavité sont réparties en un nombre fini de domaines, numérotés de 1 à 10, qui servent à la détermination des coefficients d’influence.

L’entrefer  $s$  valant 0.03 m, la cavité a un facteur de forme  $G = 0.1$  pour la configuration FFF et  $G = 0.103$  pour les configurations AFO et OFA. Le rapport entre le rayon interne et le rayon externe vaut  $a/b = 0.24$  pour la configuration FFF et 0.283 pour les deux autres configurations. Le disque en rotation a une vitesse constante qui correspond à un nombre de Reynolds de rotation de  $7.23 \times 10^6$  pour la configuration FFF, de  $5.63 \times 10^6$  pour les configurations AFO et OFA. Le débit d’alimentation pour ces deux configurations correspond à  $C_w = 9270$ .

Les calculs numériques sont réalisés avec un maillage de 80 points dans le sens radial et 80 points dans le sens axial. Le premier point est situé à la coordonnée réduite  $y^+ = 25$ , soit dans la zone logarithmique. Il est donc pris en compte via l’utilisation des lois de paroi ( $f_v = 1$ ). Les mêmes calculs avec un maillage raffiné où le premier point est situé à  $y^+ = 1$  et faisant appel à la modélisation Bas-Reynolds (la loi de paroi vaut alors 1) n’ont pas montré de différence avec le maillage retenu. Les profils de vitesses très proches d’un maillage à l’autre confirment que les lois de paroi fournissent un traitement approprié de la région de proche paroi.

Dans les cas avec alimentation, on impose à l’entrée le débit, la température statique, le taux de turbulence et l’échelle de longueur turbulente. A la sortie, on fixe la pression atmosphérique, bien que la condition d’équilibre radial serait plus adaptée (Éq. 25).

Pour déterminer les flux, il faut disposer de l’ensemble des coefficients  $a_i^j$ . Si on considère dix domaines, il faut mener onze paramétrages pour la cavité fermée et un douzième pour les cas avec alimentation, qui tient compte de l’influence de la température du gaz entrant. Le tableau 1 résume les calculs menés.

## 5. Structure de l’écoulement

Dans la littérature, les principales hypothèses sur les

écoulements dans les cavités tournantes sont en général les suivantes:

- les écoulements sont subsoniques, compressibles et visqueux;
- les écoulements sont souvent axisymétriques;
- la composante azimutale  $V$  du vecteur vitesse est en général beaucoup plus élevée que les composantes radiale  $U$  et axiale  $W$ ; il en résulte que les écoulements secondaires créés par les forces d’inertie et les forces d’Archimède sont au moins aussi importants que les écoulements de refroidissement ou de fuite traversant les cavités;
- les transferts d’énergie et de quantité de mouvement sont déterminants;
- les flux thermiques créés par les frottements internes viennent s’ajouter aux flux de chaleur dus aux différences de température entre les disques.

Dans la présente étude, l’écoulement à l’intérieur de la cavité est réparti en deux zones: deux couches d’Ekman, près des parois perpendiculaires à l’axe de rotation et une région centrale non-visqueuse où règne l’équilibre radial. Lorsque le gradient de pression et les forces d’inertie s’équilibrent, la relation suivante est vérifiée:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = \rho \frac{V^2}{r} \quad (25)$$

Cette équation traduit l’établissement de l’équilibre radial. La Fig. 4 représente les valeurs du gradient de pression et les contributions des forces d’inertie en fonction de la distance sans dimension  $z/s$ , pour les trois configurations d’alimentation.

Les résultats obtenus montrent que l’équilibre radial est atteint pour les trois configurations. L’écart entre  $\Delta p/\Delta r$  et  $\rho V^2/r$  n’excède pas 2% en moyenne. On peut remarquer que les calculs mettent en évidence la naissance d’un gradient de pression plus important dans la cavité dite centripète que pour les autres configurations.

## 6. Prédiction des flux de chaleur

Le premier souci est de s’assurer de la légitimité des hypothèses retenues dans l’approche théorique. Pour vérifier l’effet sur les flux des variations des propriétés physiques dues à de faibles variations de température, on compare les flux de chaleur pour trois cas isothermes. On étudie les cas où toutes les parois sont à température ambiante (300 K) puis à 350 K et à 400 K. La Fig. 5 représente les flux de chaleur pour les différents cas isothermes en fonction du rapport de la coordonnée radiale sur le rayon externe,  $(r-a)/(b-a)$ . On

Table 1  
Détermination des coefficients d’influence

Numéro de calcul(s)	Conditions thermiques aux parois
calcul 0	toutes les parois à 300 K
calculs 1–8	parois 1–8 à 400 K, le reste à 300 K
calcul 9	carter à 400 K, le reste à 300 K
calcul 10	moyeu à 400 K, le reste à 300 K
calcul 11	gaz entrant à 400 K, le reste à 300 K

reporte ainsi les flux obtenus sur le rotor et ceux sur le stator.

Dans la configuration FFF (Fig. 5a), les flux de chaleur pour la cavité isotherme à 300 K sont les mêmes que pour la cavité isotherme à 400 K. Ceci se vérifie aussi bien sur le rotor que sur le stator. Ces résultats sont en très bon accord avec les hypothèses retenues ci-dessus. Dans ce cas, les propriétés du fluide restent constantes pour l'écart de température choisi.

Dans les configurations avec entrée-sortie (Figs. 5b et c) de très faibles différences apparaissent. Cepen-

dant, l'écart entre les flux de la cavité isotherme à 300 K et ceux de la cavité à 400 K n'excède pas 5%. Ces résultats confirment que les propriétés du fluide restent relativement constantes. Ces différences sont plus faibles si l'écart de température entre les deux cas étudiés est plus petit, comme le montrent les flux obtenus pour la cavité isotherme à 350 K.

L'étape suivante est de déterminer les coefficients d'influence  $a'_i$  (Éq. 17). Les tableaux 2–4 représentent les valeurs de ces coefficients pour les trois configurations étudiées. Ici, on a choisi de distinguer dix

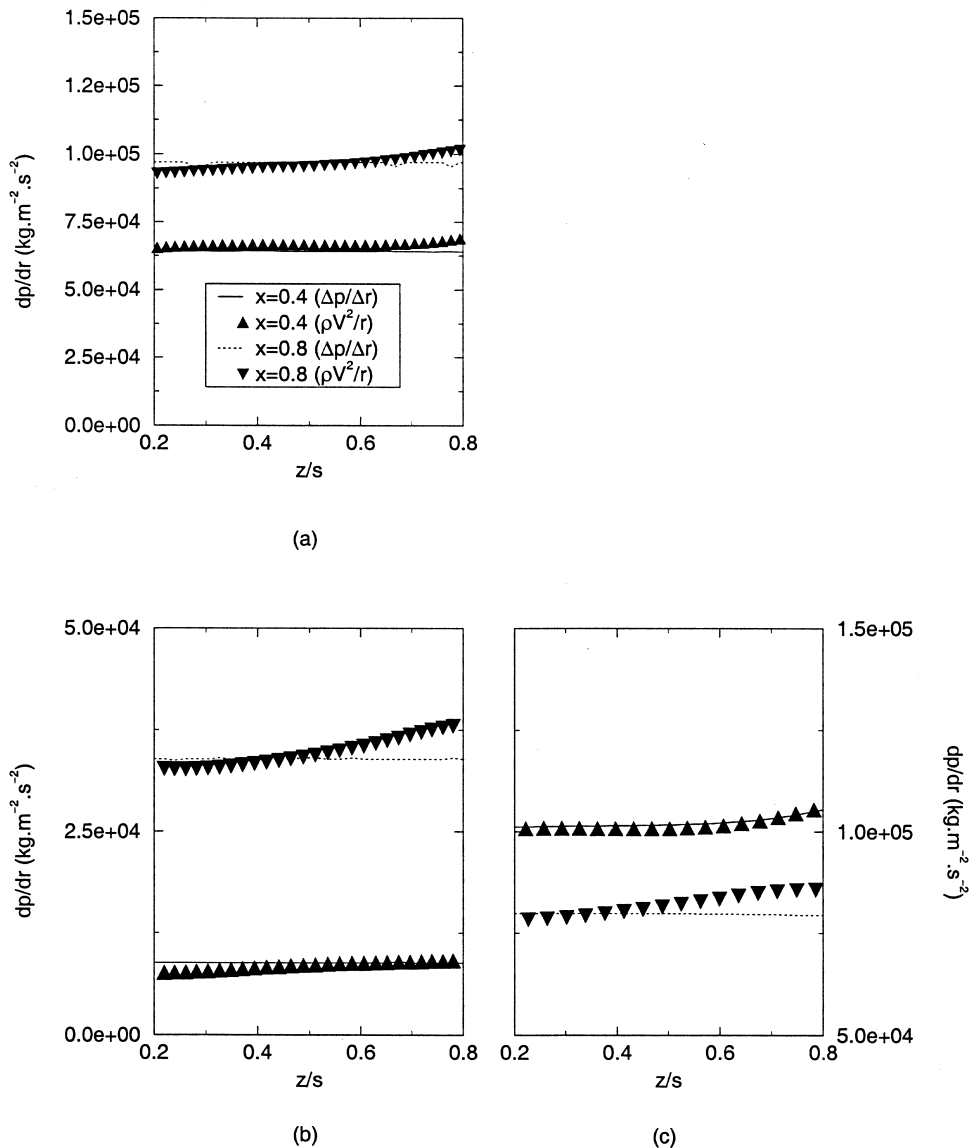


Fig. 4. Recherche de l'équilibre radial pour trois configurations: (a) FFF; (b) AFO; (c) OFA.



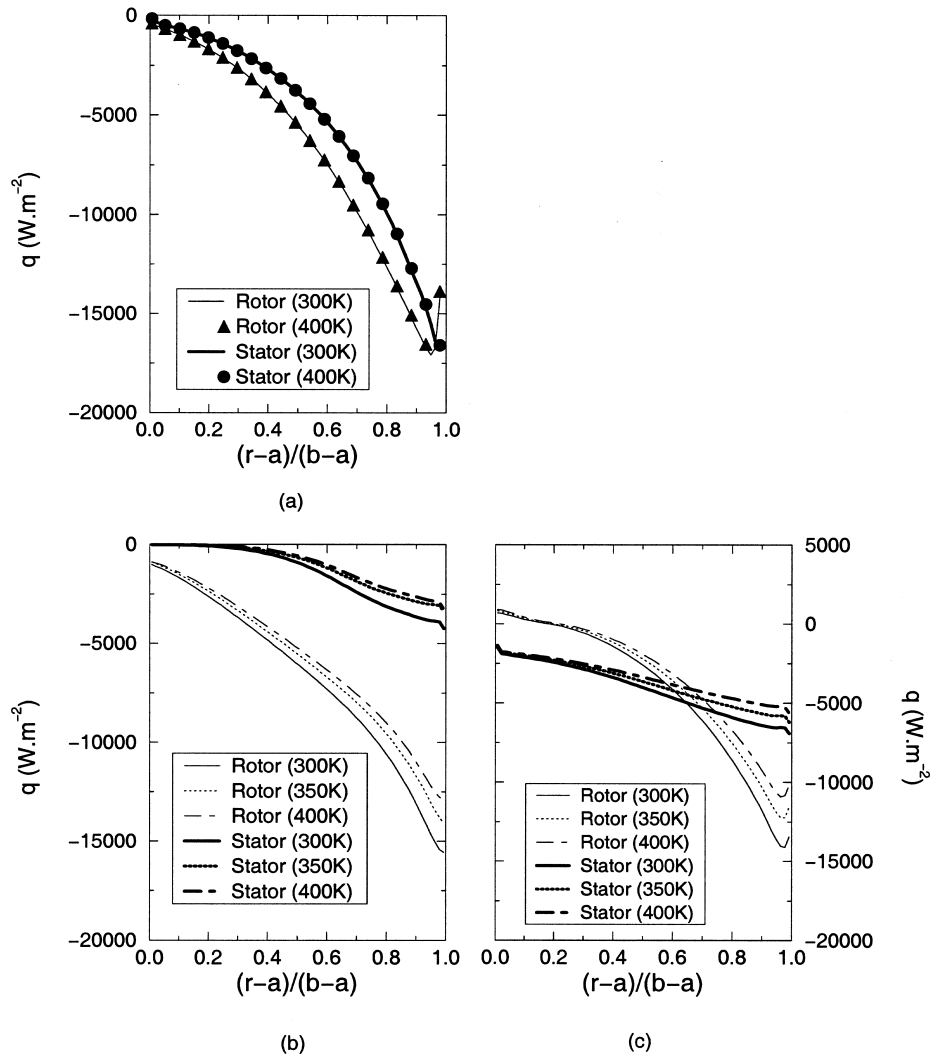


Fig. 5. Comparaison des flux de chaleur pour trois configurations isothermes: (a) FFF; (b) AFO; (c) OFA.

Table 2  
Coefficients d'influence pour la configuration FFF (en W m<sup>-2</sup> K<sup>-1</sup>)

$i$	$a_i^1$	$a_i^2$	$a_i^3$	$a_i^4$	$a_i^5$	$a_i^6$	$a_i^7$	$a_i^8$	$a_i^9$	$a_i^{10}$
1	187.20	-4.41	-3.13	-5.03	-101.81	-39.47	-14.99	-8.96	-0.75	-8.65
2	-72.20	282.21	-9.85	-15.22	-31.57	-75.95	-46.50	-27.54	-2.04	-1.34
3	-18.45	-98.76	356.85	-38.15	-8.92	-37.02	-81.76	-68.64	-4.79	-0.36
4	-7.18	-31.44	-118.12	354.27	-4.77	-14.73	-45.06	-121.37	-11.46	-0.14
5	-11.35	-7.57	-5.67	-9.50	166.27	-81.98	-30.63	-17.81	-1.30	-0.46
6	-3.75	-15.15	-19.51	-35.22	-2.07	261.06	-113.17	-67.43	-4.66	-0.10
7	-2.46	-9.79	-34.78	-87.45	-1.74	-5.16	325.00	-171.56	-12.01	-0.05
8	-3.85	-15.16	-53.50	-193.82	-3.00	-7.90	-22.82	332.79	-32.64	-0.10
9	-1.04	-3.98	-14.33	-59.62	-0.83	-2.13	-5.91	-17.56	105.43	-0.03
10	-1.56	-0.59	-0.43	-0.72	-30.46	-6.43	-2.33	-1.35	-0.10	43.97

Table 3  
Coefficients d'influence pour la configuration AFO (en  $W m^{-2} K^{-1}$ )

$i$	$a_i^1$	$a_i^2$	$a_i^3$	$a_i^4$	$a_i^5$	$a_i^6$	$a_i^7$	$a_i^8$	$a_i^9$	$a_i^{10}$	$a_i^{11}$
1	294.61	-0.04	-0.04	-0.03	-3.98	-0.02	-0.01	-0.02	-0.01	-41.38	-249.09
2	-78.77	373.31	-0.86	-1.01	-19.45	-22.16	-7.13	-2.22	-0.78	-20.59	-220.33
3	-39.30	-101.97	407.87	-11.34	-12.31	-25.87	-48.11	-26.05	-9.02	-10.73	-123.17
4	-18.17	-45.43	-117.64	425.50	-10.25	-12.34	-39.47	-82.05	-38.11	-4.98	-57.06
5	-2.55	-0.59	-0.10	-0.13	24.24	-8.21	-0.97	-0.30	-0.11	-1.17	-10.10
6	-6.15	-9.12	-3.72	-4.96	-1.94	102.82	-40.52	-11.42	-4.03	-1.75	-19.20
7	-2.83	-6.64	-16.94	-38.12	-2.82	-2.12	203.42	-92.33	-32.19	-0.80	-8.63
8	-5.52	-13.58	-33.09	-70.22	-4.32	-3.84	-12.66	231.71	-69.82	-1.52	-17.14
9	-6.79	-16.78	-41.21	-91.44	-2.50	-4.70	-15.52	-47.70	249.70	-1.87	-21.18
10	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01	-0.06	0.00	-0.01	-0.01	0.00	150.62	-150.49

Table 4  
Coefficients d'influence pour la configuration OFA (en  $W m^{-2} K^{-1}$ )

$i$	$a_i^1$	$a_i^2$	$a_i^3$	$a_i^4$	$a_i^5$	$a_i^6$	$a_i^7$	$a_i^8$	$a_i^9$	$a_i^{10}$	$a_i^{11}$
1	115.66	-3.41	-3.99	-13.63	-14.75	-31.42	-19.92	-15.12	-8.19	-1.20	-4.02
2	-6.03	210.27	-10.41	-33.08	-3.75	-42.97	-47.73	-36.23	-19.96	-0.16	-9.95
3	-0.98	-56.20	329.69	-65.21	-0.72	-15.22	-62.01	-70.68	-39.16	-0.03	-19.49
4	-0.16	-17.37	-110.31	368.35	-0.14	-5.41	-34.06	-98.14	-68.26	-0.02	-34.48
5	-3.25	-9.58	-14.65	-54.86	404.84	-132.88	-79.22	-61.01	-33.38	-0.23	-15.77
6	-0.19	-6.20	-20.52	-79.22	-0.17	384.80	-116.95	-88.81	-49.32	-0.01	-23.41
7	-0.03	-4.84	-26.39	-114.15	-0.03	-1.62	393.56	-137.12	-74.23	0.00	-35.16
8	-0.01	-5.85	-33.53	-141.92	-0.02	-1.85	-11.96	345.82	-104.27	0.00	-46.42
9	0.06	-5.07	-31.03	-165.37	0.03	-1.56	-10.85	70.01	212.61	0.00	-68.84
10	-6.68	-1.17	-1.52	-5.45	-18.75	-14.05	-8.03	-5.97	-3.18	66.37	-1.56

domaines. Il s'agit évidemment d'un choix arbitraire. Pour une paroi  $j$  chauffée, les valeurs  $a_j^1$  à  $a_j^{10}$  correspondent aux coefficients d'influence de chaque domaine numéroté de un à dix. Le coefficient  $a_j^j$  est appelé coefficient d'auto-influence. Dans les tableaux 3–4, le coefficient  $a_j^{11}$  correspond à la contribution de l'entrée des gaz dans les configurations avec entrée-sortie.

L'avantage d'une telle méthode est qu'elle permet de prévoir les flux thermiques aux parois, une fois l'ensemble des coefficients calculés, sans simulation numérique supplémentaire. C'est ce qui est montré par la suite. Pour évaluer le caractère prédictif de la méthode, on calcule à l'aide des coefficients d'influence les

flux pour deux répartitions quelconques de température. Ces conditions thermiques sont les suivantes:

- le rotor est chauffé de 350–500 K des parois 1–4, les autres parois et le fluide sont à 300 K (1er cas);
- toutes les parois et le fluide sont à 300 K, sauf le rotor qui est à flux nul (2ème cas).

La Fig. 6 montre la comparaison entre les flux simulés numériquement (code MSD) et les flux calculés à l'aide des coefficients d'influence. Ces flux sont respectivement notés  $q_{num}$  et  $q_{cal}$ .

Pour la cavité fermée (Fig. 6a), les résultats sont en très bon accord. L'écart maximal entre  $q_{num}$  et  $q_{cal}$  n'excède pas 5%. Pour les configurations avec entrée-sortie, l'écart entre valeurs simulées numériquement et

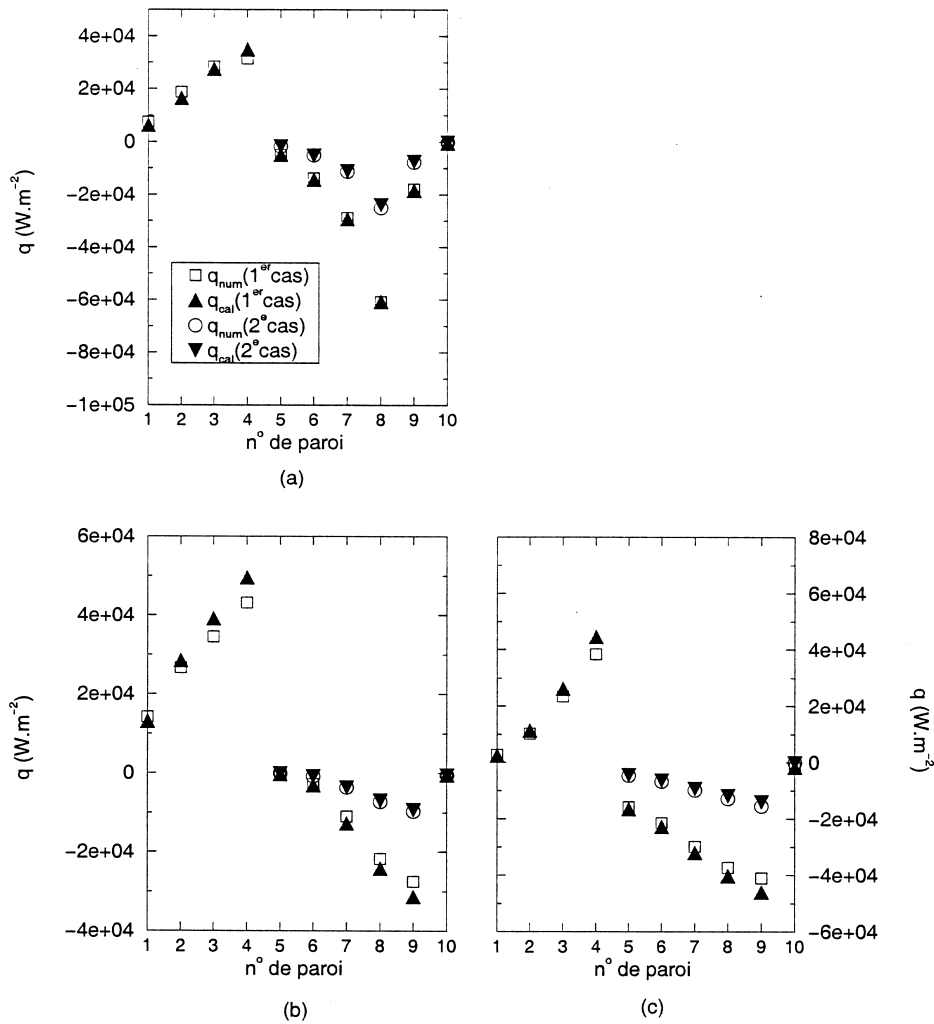


Fig. 6. Prédiction des flux de chaleur pour trois configurations: (a) FFF; (b) AFO; (c) OFA.

valeurs calculées est en moyenne inférieur à 10%. Cependant, les résultats restent satisfaisants.

### 7. Influence thermique des parois entre elles

L'analyse des valeurs des coefficients  $a_i$  fournit des informations sur les échanges thermiques présents dans la cavité, entre le rotor et le stator. Pour la configuration FFF, les valeurs du tableau 2 montrent que pour le stator les contributions principales viennent des parois en amont et en vis à vis de la zone considérée. Dans ce type de cavité, les phénomènes convectifs sont prépondérants. Pour expliquer le comportement des coefficients d'influence, il faut donc connaître l'allure de l'écoulement à l'intérieur de la cavité (Fig. 7).

Comme on l'a vu précédemment, il y a apparition d'un mouvement d'ensemble dans le cœur central de la cavité (c'est l'équilibre radial) et formation de deux couches d'Ekman respectivement le long du rotor et du stator. Le fluide est centrifugé le long du rotor et il est entraîné dans un mouvement centripète le long du stator. Cela explique que l'influence d'une paroi sur l'autre dépend de l'éloignement de ces parois, comme l'indiquent les valeurs des coefficients d'influence. Ainsi, sous l'action des forces d'inertie, les particules fluides se réchauffent le long du stator puis transmettent leur énergie au rotor.

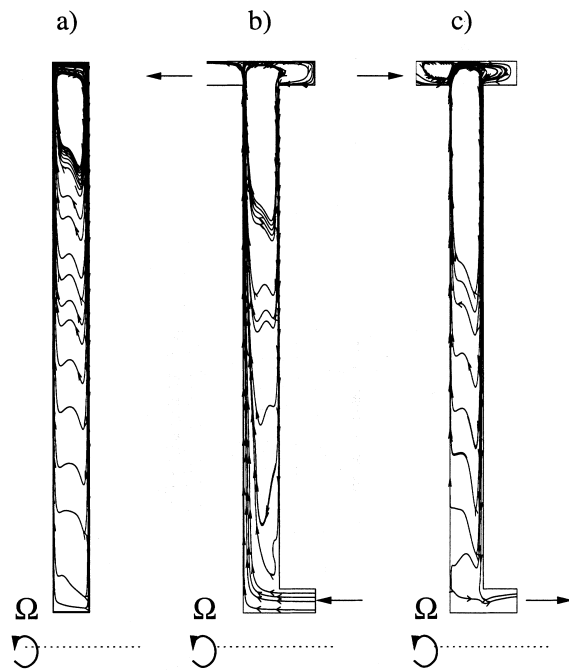


Fig. 7. Lignes de courant pour les configurations: (a) FFF; (b) AFO; (c) OFA.

Pour les autres configurations (tableaux 3–4), les coefficients d'influence ont un comportement différent du cas précédent. Les conditions d'alimentation semblent donc jouer un rôle sur les échanges thermiques entre parois. Les valeurs élevées des coefficients liés à la contribution de l'entrée des gaz (coefficients  $a_i^{11}$ ) confirment ce comportement, même si l'influence de l'entrée des gaz est localisée aux parois voisines. Si on compare les coefficients d'autoinfluence sur le rotor on peut remarquer que leurs valeurs sont plus élevées dans la configuration AFO que dans la configuration OFA. C'est le phénomène inverse pour le stator. Ceci peut s'expliquer en considérant l'allure de l'écoulement. En effet, l'écoulement est centrifugé sur le rotor dès l'entrée dans le cas AFO tandis que dans le cas OFA, il est dirigé le long du stator. Les Figs. 7b et c donnent l'allure des écoulements pour les deux configurations.

### 8. Conclusion

En vue d'étudier les transferts thermiques dans une cavité rotor–stator, on a développé une méthode de prévision des flux de chaleur. On a alors introduit la notion de coefficients d'influence. Ceux-ci ont été calculés pour trois configurations d'écoulements représentatifs d'une turbomachine: pour une cavité rotor–stator fermée, pour une cavité rotor–stator avec alimentation centrifuge et avec alimentation centripète. Les comparaisons entre calculs analytiques et numériques donnent de bons résultats. L'intérêt de cette méthode est qu'elle permet de prévoir la répartition des flux de chaleur pour n'importe quelle distribution de températures sur le rotor. La connaissance de l'ensemble des coefficients fournit des indications sur la nature des échanges thermiques entre parois. Une suite possible de ces travaux serait d'appliquer cette méthode à d'autres types de cavité et de confronter le modèle avec l'expérience. C'est dans cette optique qu'un banc d'essais a été développé et est actuellement mis en service à l'Onera.

### References

- [1] S.L. Soo, Laminar flow over an enclosed rotating disk, *Trans. ASME* 80 (2) (1958) 287–296.
- [2] J.W. Dailey, R.E. Nece, Chamber dimension effects on induced flow and frictional resistance of enclosed rotating disks, *Trans. ASME J. Basic Engineering* 82 (1960) 217–232.
- [3] M. Itoh, Y. Yamada, S. Imao, M. Gonda, Experiments on turbulent flow due to an enclosed rotating disk, in: *Proceedings of the Int. Symposium on Eng. Turb. Modelling and Measurements*, Elsevier, Amsterdam, 1990, pp. 659–668.
- [4] S.C. Cheah, H. Iacovides, D.C. Jackson, B.E. Launder,

- Experimental investigation of enclosed rotor–stator disc flows, *J. Exp. Thermal Fluid Sci.* 9 (1996) 445.
- [5] A. Randriamampianina, L. Elena, J.P. Fontaine, R. Schiestel, Numerical prediction of laminar, transitional and turbulent flows in shrouded rotor–stator systems, *Phys. Fluids* 9 (6) (1997) 1696–1713.
- [6] R. Schiestel, L. Elena, Modeling of anisotropic turbulence in rapid rotation, *Aerospace Science and Technology* 7 (1997) 441–451.
- [7] F. Kreith, E. Doughman, H. Koslowski, Mass and heat transfer from an enclosed rotating disk with and without source flow, *Trans. ASME J. Heat Transfer* 85 (1963) 153–162.
- [8] V.M. Kapinos, Heat transfer from a disk rotating in housing with a radial flow of coolant, *Trans. ASME J. Engineering Physics* 8 (1965) 35–38.
- [9] F.J. Bayley, J.M. Owen, The fluid dynamics of a shrouded disk system with a radial outflow of coolant, *Trans. ASME J. Engineering Power* 92 (series A) (1970) 335–341.
- [10] U.P. Phadke, J.M. Owen, An investigation of ingress for an air cooled shrouded rotating disk system with radial clearance seals, ASME, Paper 82-GT-25 1982.
- [11] G.H. Dibelius, M. Heinen, Heat transfer from a rotating disc, ASME, Paper 90-GT-219 1990.
- [12] R. Debuchy, Écoulement turbulent avec aspiration radiale entre un disque fixe et un disque en rotation, Thèse de doctorat, U.S.T.L., Lille 1993.
- [13] M. Djaoui, R. Debuchy, Heat transfer in a rotor–stator system with a radial inflow, *C. R. Acad. Sci. Paris* 326 (Série II b) (1998) 309–314.
- [14] J.W. Daily, W.D. Ernst, V.V. Asbedian, Enclosed rotating disks with superposed throughflow, R-64-16, Dept. Civil Engng., Hydrodynamics Lab., Massachusetts Institute of Technology, Massachusetts 1964.
- [15] J.M. Owen, R.H. Rogers, *Flow and Heat Transfer in Rotating-disc Systems* (vol. 1: Rotor–Stator Systems), Wiley, Chichester, 1989 (Chapter 6).
- [16] J.M. Owen, U.P. Phadke, An investigation of ingress for a simple shrouded rotating disc system with a radial outflow of coolant, ASME, Paper 80-GT-49 1980.
- [17] X. Gan, M. Kilic, J.M. Owen, Flow and heat transfer between gas-turbine discs, in: *Proceedings of the Eightieth Propulsion and Energetics Panel Symposium*, AGARD-CP-527, France, 1993, pp. 25/1–25/11.
- [18] H. Iacovides, J.W. Chew, The computation of convective heat transfer in rotating cavities, *Int. J. Heat Fluid Flow* 14 (2) (1993) 146–154.
- [19] F.J. Bayley, P.R.N. Childs, in: *Proceedings of the Second European Conference on Turbomachinery, Fluid dynamics and Thermodynamics*, Tech. Inst, Belgium, 1997, pp. 521–528.
- [20] J.A. Millward, P.H. Robinson, Experimental investigation into the effects of rotating and static bolts on both windage heating and local heat transfer coefficients in a rotor–stator cavity, ASME, Paper 89-GT-196 1989.
- [21] R.S. Bunker, D.E. Metzger, S. Wittig, Local heat transfer in turbine disk-cavities. Part I: rotor and stator cooling with hub injection of coolant, *Trans. ASME J. Turbomachinery* 114 (1992) 211–220.
- [22] R.S. Bunker, D.E. Metzger, S. Wittig, Local heat transfer in turbine disk-cavities. Part II: rotor cooling with radial location injection of coolant, *Trans. ASME J. Turbomachinery* 114 (1992) 221–228.
- [23] J.-X. Chen, X. Gan, J.M. Owen, Heat transfer in an air-cooled rotor–stator system, *Trans. ASME J. Turbomachinery* 118 (1996) 444–451.
- [24] D.E. Metzger, P.A. Kuenstler, P.L. Hale, J. Anderson, Influences of upstream injection and intermediate panel temperature on multiple slot film cooling, in: *6th Int. Heat Transfer Conf.*, Toronto, Canada, 7–11 août, 1978.
- [25] D. Dutoya, Présentation de la version 93 du code d'aérothermique MATHILDA. Application SNECMA, RT-52/3473 EY, ONERA, Châtillon, France 1993.
- [26] E. Laroche, Turbulent computations of internal flows using an anisotropic diffusivity model, ASME, Paper 97-GT-193 1997.
- [27] E. Laroche, S. Desportes, M. Djaoui, R. Debuchy, L. Paté, A combined experimental and numerical investigation of the flow in a heated rotor/stator cavity, with a centripetal injection, in: *ASME Turbo Expo' 99*, Indianapolis, USA, 7–11 juin, 1999.
- [28] D. Dutoya, Modélisation de la turbulence au voisinage des parois: étude numérique des performances de différents modèles, RT-48/3473 EY, ONERA, Châtillon, France 1992.
- [29] B.E. Launder, D.B. Spalding, *Mathematical models of turbulence*, Academic Press, London, 1972.
- [30] D. Dutoya, Option axisymétrique, modèles de turbulence pariétale et modèle de paroi pour le code MATHILDA, RT-49/3473 EY, ONERA, Châtillon, France 1992.